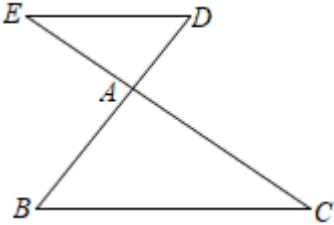
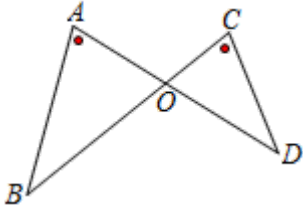
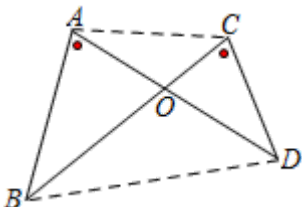
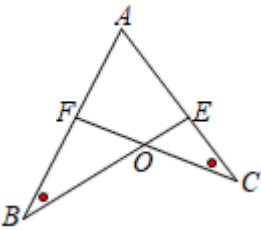
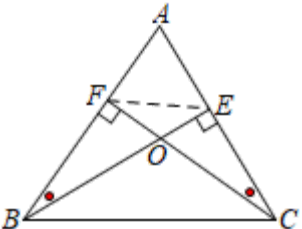


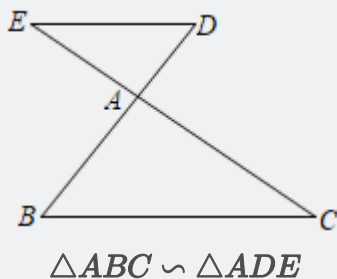
相似三角形的基本模型（二）

一、8字型

	平行出相似 _____
	若$\angle A = \angle C$，则 _____。
	连接AC、BD， 由$\triangle ABO \sim \triangle CDO$，得 _____， 又$\because \angle AOC = \angle BOD$， $\therefore$_____。
	若$\angle B = \angle C$， 则_____， _____。
	若$\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$， 则 _____， _____，_____， _____， _____，_____， _____。

【教法备注】

1、8字相似模型：



2、变形：

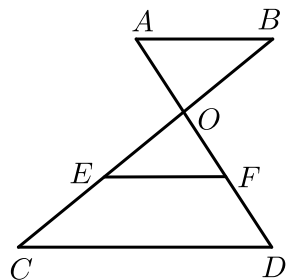
	若$\angle A = \angle C$，则$\triangle ABO \sim \triangle CDO$。
	连接AC、BD， 由$\triangle ABO \sim \triangle CDO$，得$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$， $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OD}$， 又$\because \angle AOC = \angle BOD$， $\therefore \triangle AOC \sim \triangle BOD$。
	若$\angle B = \angle C$， 则$\triangle BOF \sim \triangle COE$，$\triangle ABE \sim \triangle ACF$。
	若$\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$， 则$\triangle BFO \sim \triangle BEA \sim \triangle CEO \sim \triangle CFA$， $\frac{OF}{OB} = \frac{OE}{OC}$，$\angle BOC = \angle FOE$， $\triangle COB \sim \triangle EOF$， $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$，$\angle A = \angle A$，$\triangle AEF \sim \triangle ABC$。

|| 例题1

【知识点拨】

8字相似模型这部分，寻找时要根据对顶角找出一组相似三角形；判定时①寻找另一组相等的角②证明对顶角的两边对应成比例。连接8字模型的两点依旧可以得到一组相似。

1. 如图，已知 AD 、 BC 相交于点 O ， $AB \parallel CD \parallel EF$ ，如果 $CE = 2$ ， $EB = 4$ ， $AF = 3$ ，那么 $AD =$ _____。

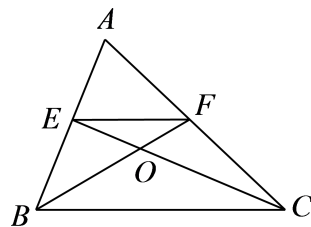


【答案】 $\frac{9}{2}$

【解析】 $\because AB \parallel EF$ ，
 $\therefore \frac{FO}{AF} = \frac{EO}{EB}$ ，则 $\frac{FO}{EO} = \frac{AF}{EB}$ 。
 又 $EF \parallel CD$ ，
 $\therefore \frac{FO}{FD} = \frac{EO}{EC}$ ，则 $\frac{FO}{EO} = \frac{FD}{EC}$ 。
 $\therefore \frac{AF}{EB} = \frac{FD}{EC}$ 。
 即 $\frac{3}{4} = \frac{FD}{2}$ ，
 解得： $DF = 1.5$ ，
 $\therefore AD = AF + FD = 3 + 1.5 = 4.5$ 。
 故答案为：4.5。

【标注】【知识点】相似8字型

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 E ， F 分别为 AB ， AC 的中点，连接 CE ， BF ，相交于点 O 。若 $\triangle OEF$ 的面积为1，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）。



A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

【答案】 D

【解析】 $\because E、F$ 分别为边 $AB、AC$ 的中点，

$$\therefore FE = \frac{1}{2}BC, EF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle FEO \sim \triangle CBO,$$

$$\therefore \frac{OE}{OC} = \frac{EF}{BC} = \frac{OF}{OB} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 相似三角形面积的比等于相似比的平方，

$$\therefore \triangle OEF \text{的面积} : \triangle BCO \text{的面积} = 1 : 4,$$

$$\therefore \triangle OEF \text{的面积为} 1,$$

$$\therefore \triangle BCO \text{的面积为} 4,$$

$$\therefore \triangle OFC \text{的面积} = \triangle OBE \text{的面积} = 2\triangle OEF \text{的面积} = 2,$$

$$\therefore \text{四边形} EBCF \text{的面积} = 9,$$

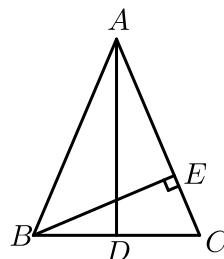
$$\therefore \triangle AEF \text{的面积} : \triangle ABC \text{的面积} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{四边形} EBCF \text{的面积} : \triangle ABC \text{的面积} = 3 : 4,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{的面积} = 12.$$

【标注】【知识点】相似8字型

3. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 中点， $BE \perp AC$ 于 E 。求证： $\triangle ACD \sim \triangle BCE$ 。



【答案】证明见解析。

【解析】 $\because AB = AC$ ， D 是 BC 中点，

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ.$$

$$\because BE \perp AC,$$

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BEC.$$

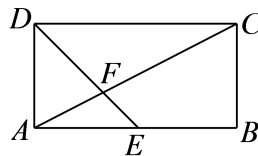
在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} \angle ACD = \angle BCE \\ \angle ADC = \angle BEC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCE.$$

【标注】【知识点】相似8字型

4. 如图，已知矩形 $ABCD$ ， $AB = 4$ ， $AD = 2$ ， E 为 AB 的中点，连接 DE 与 AC 交于点 F ，则 CF 的长等于（ ）。



- A. $\frac{2}{3}\sqrt{5}$ B. $\frac{4\sqrt{5}}{3}$
C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【答案】B

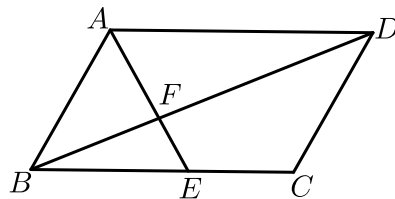
【解析】 $\because AB = 4$ ， $BC = 2$ ，
 $\therefore AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ．
设 $CF = x$ ，则 $AF = 2\sqrt{5} - x$ ．
 $\because$ 矩形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle DCF = \angle EAF$ ， $\angle CDF = \angle AEF$ ．
 $\therefore \triangle FAE \sim \triangle FCD$ ．
即 $\frac{FC}{FA} = \frac{CD}{AE}$ ， $\frac{x}{2\sqrt{5} - x} = \frac{4}{2}$ ， $x = \frac{4}{3}\sqrt{5}$ ，
 $\therefore CF = \frac{4}{3}\sqrt{5}$ ．

【标注】【知识点】相似8字型

【重点强调】

2018~2019学年天津和平区耀华嘉诚国际中学初三下学期开学考试第9题3分

5. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 为 BC 边上的一点，连接 AE 、 BD 交于点 F ， $AE = AB$ ．



- (1) 若 $\angle AEB = 2\angle ADB$ ，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形．
(2) 若 $AB = 15$ ， $BE = 2EC$ ，求 EF 的长．

【答案】(1) 证明见解析 .

(2) $EF = 6$.

【解析】(1) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD ,$$

$$\because AE = AB ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB ,$$

$$\therefore \angle AEB = 2\angle ADB ,$$

$$\therefore \angle ABE = 2\angle ADB ,$$

$$\therefore \angle ABE - \angle CBD = \angle ADB .$$

$$\text{即 } \angle ABD = \angle ADB ,$$

$$\therefore AB = AD ,$$

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 是菱形 .

(2) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = BC$,

$$\therefore \frac{BE}{AD} = \frac{EF}{AF} ,$$

$$\therefore BE = 2EC ,$$

$$\therefore BE = \frac{2}{3}AD ,$$

$$\because AB = AE , AB = 15 ,$$

$$\therefore AE = 15 ,$$

$$\therefore AF = 15 - EF ,$$

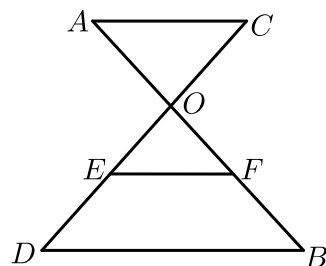
$$\therefore \frac{\frac{2}{3}AD}{AD} = \frac{EF}{15 - EF} ,$$

$$\therefore EF = 6 .$$

【标注】【知识点】相似8字型

练习1

6. 如图, AB 、 CD 相交于点 O , $OC = 2$, $OD = 3$, $AC \parallel BD$, EF 是 $\triangle ODB$ 的中位线, 且 $EF = 2$, 则 AC 的长为 _____ .



【答案】 $\frac{8}{3}$

【解析】 $\because EF$ 是 $\triangle ODB$ 的中位线，

$$\therefore DB = 2EF = 2 \times 2 = 4,$$

$$\therefore AC \parallel BD,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle BOD,$$

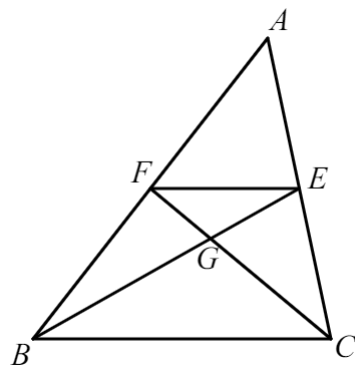
$$\therefore \frac{AC}{DB} = \frac{OC}{OD},$$

$$\text{即 } \frac{AC}{4} = \frac{2}{3},$$

$$\text{解得 } AC = \frac{8}{3}.$$

【标注】 【知识点】 相似8字型

7. 如图所示，已知点 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 中 AC 、 AB 边的中点， BE 、 CF 相交于点 G ， $FG = 2$ ，则 CF 的长为（ ）。



A. 4

B. 4.5

C. 5

D. 6

【答案】 D

【解析】 $\because$ 点 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 中 AC 、 AB 边的中点，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BC, EF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle BCG, \text{ 且相似比为 } 1:2,$$

$$\therefore CG = 2FG = 4,$$

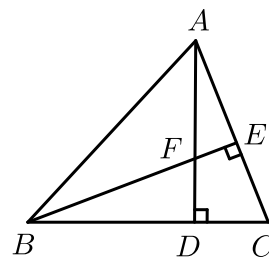
$$\therefore CF = FG + CG = 2 + 4 = 6.$$

【标注】 【知识点】 相似8字型

【重点强调】

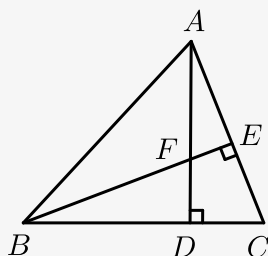
2015年天津西青区初三二模第8题3分

8. 如图， $\triangle ABC$ 的高 AD 、 BE 交于点 F ，求证： $\frac{AF}{BF} = \frac{EF}{FD}$ 。



【答案】 证明见解析。

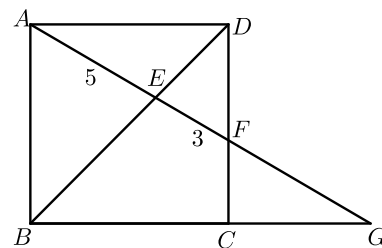
【解析】 $\because \triangle ABC$ 的高 AD 、 BE 交于点 F ，



$$\begin{aligned} \therefore \angle EBC + \angle C &= \angle DAC + \angle C = 90^\circ, \\ \therefore \angle EBC &= \angle DAC, \text{ 即 } \angle FBD = \angle FAE, \\ \text{而 } \angle AEF &= \angle BDF, \\ \therefore \triangle AEF &\sim \triangle BDF, \\ \therefore \frac{AF}{BF} &= \frac{EF}{FD}. \end{aligned}$$

【标注】 【知识点】相似反8字型

9. 如图，点 C 在线段 BG 上，四边形 $ABCD$ 是一个正方形， AG 与 BD 、 CD 分别相交于点 E 和 F ，如果 $AE = 5$ ， $EF = 3$ ，求 FG 的长。



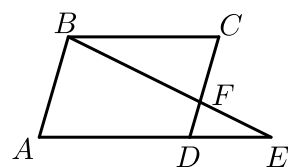
【答案】 $FG = \frac{16}{3}$ 。

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形，
 $\therefore AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \frac{FG}{FA} &= \frac{CG}{AD}, \frac{EG}{3+FG} = \frac{BG}{AD}, \\ \text{即 } \frac{FG}{8} &= \frac{CG}{AD}, \frac{EG}{5} = \frac{BC+CG}{AD} = \frac{AD+CG}{AD} = 1 + \frac{CG}{AD}, \\ \text{可得 } \frac{CG}{AD} &= \frac{5}{3+FG} - 1 = \frac{FG-2}{5}, \\ \text{即 } \frac{FG}{8} &= \frac{FG-2}{5}, \\ \text{所以 } FG &= \frac{16}{3}. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】相似8字型

10. 如图，点 F 在平行四边形 $ABCD$ 的边 CD 上，且 $\frac{CF}{AB} = \frac{2}{3}$ ，连接 BF 并延长交 AD 的延长线于点 E ，则 $\frac{DE}{BC}$ 的值是（ ）。



A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

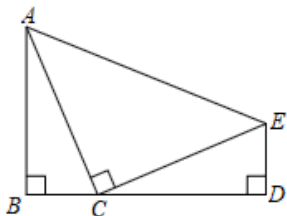
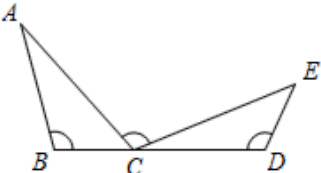
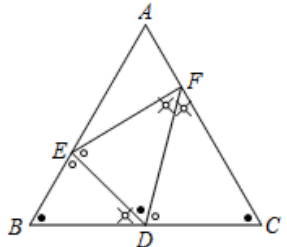
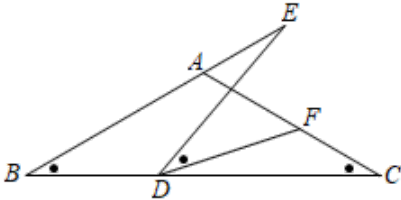
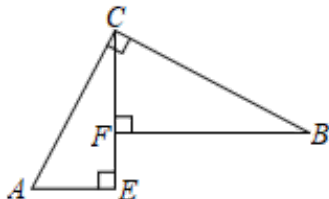
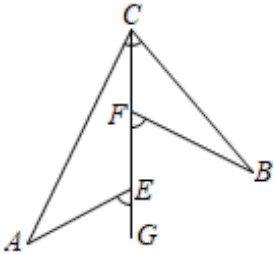
D. $\frac{2}{5}$

【答案】C

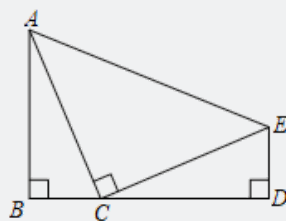
【解析】 $\because \frac{CF}{AB} = \frac{2}{3}$ ，
 设 $CF = 2a$ ， $AB = 3a$ ，
 $\because$ 平行四边形 $ABCD$ ，
 $\therefore AB = CD$ ，
 $\therefore DF = a$ ，
 $\because BC \parallel AD$ ，
 $\angle C = \angle CDE$ ， $\angle E = \angle CBF$ ，
 $\therefore \triangle BCF \sim \triangle EDF$ ，
 $\therefore \frac{BC}{DE} = \frac{CF}{DF} = \frac{2a}{a} = 2$ ，
 $\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ ，
 故选C。

【标注】【知识点】相似三角形的判定-预备定理（平行）

二、一线三等角

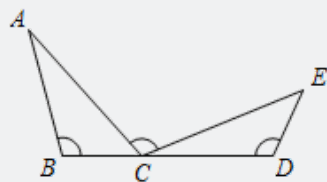
	若$\angle ABC = \angle ACE = \angle CDE = 90^\circ$，则 _____。
	若$\angle ABC = \angle ACE = \angle CDE$，则 _____。
	若$\angle B = \angle EDF = \angle C$，$BD = CD$，则 _____。
	若$\angle B = \angle EDF = \angle C$，则 _____。
	若$\angle ACB = \angle AEC = \angle BFC = 90^\circ$，则 _____。
	若$\angle ACB = \angle AEG = \angle BFE$，则 _____。

【教法备注】



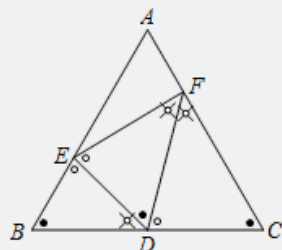
若 $\angle ABC = \angle ACE = \angle CDE = 90^\circ$ ，

则 $\triangle ABC \sim \triangle CDE$.



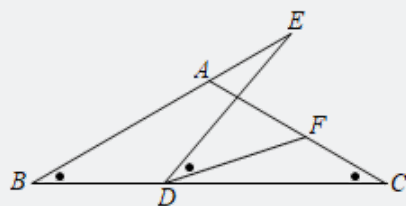
若 $\angle ABC = \angle ACE = \angle CDE$,

则 $\triangle ABC \sim \triangle CDE$.



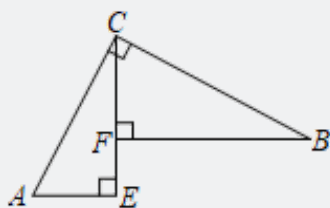
若 $\angle B = \angle EDF = \angle C$, $BD = CD$,

则 $\triangle EBD \sim \triangle DCF \sim \triangle EDF$.



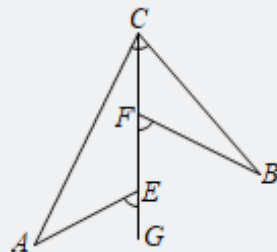
若 $\angle B = \angle EDF = \angle C$,

则 $\triangle EBD \sim \triangle DCF$.



若 $\angle ACB = \angle AEC = \angle BFC = 90^\circ$,

则 $\triangle AEC \sim \triangle CFB$.



若 $\angle ACB = \angle AEG = \angle BFE$,

则 $\triangle AEC \sim \triangle CFB$.

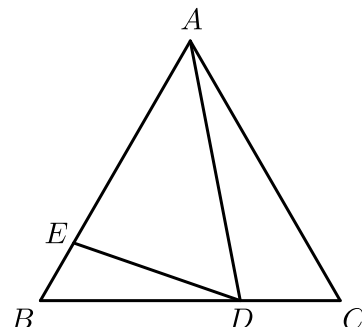
例题2

【知识点拨】

一线三等角这部分，常见题型为一条直线三个直角或等边三角形中某边存在一个 60° 。求解时一定要先找好三等角，然后找出相似的条件利用性质进行判定。

11. 如图，在等边三角形 ABC 中，点 D, E 分别在 BC, AB 上，且 $\angle ADE = 60^\circ$ 。求证：

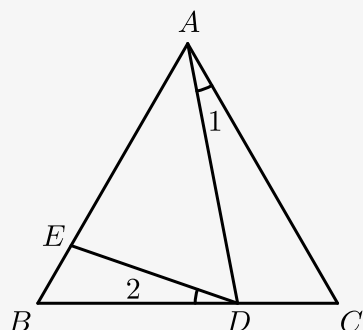
$$\triangle ADC \sim \triangle DEB.$$



【答案】证明见解析。

【解析】 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore$



$$\angle B = \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle 1 + \angle C = \angle 1 + 60^\circ,$$

$$\because \angle ADE = 60^\circ,$$

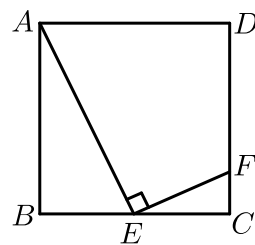
$$\therefore \angle ADB = \angle 2 + 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle DEB.$$

【标注】【知识点】一线三等角相似

12. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 为边 BC 的中点， $EF \perp AE$ ，与边 CD 相交于点 F ，如果 $\triangle CEF$ 的面积等于1，那么 $\triangle ABE$ 的面积等于（ ）。



A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. 4

【答案】 D

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ, AB = BC,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\because EF \perp AE, \therefore \angle AEB + \angle CEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CEF,$$

$$\therefore \triangle BAE \sim \triangle CEF,$$

$$\because E \text{ 为边 } BC \text{ 的中点},$$

$$\therefore EC = \frac{1}{2}BC,$$

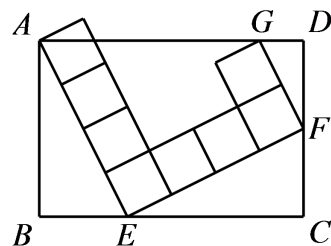
$$\therefore AB : EC = 2 : 1,$$

$$\therefore S_{\triangle CEF} = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = 4. \text{ 故选 D.}$$

【标注】 【知识点】一线三等角相似

13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 由 8 个面积均为 1 的小正方形组成的模板如图所示放置, 则矩形 $ABCD$ 的周长为 _____.



【答案】 $8\sqrt{5}$

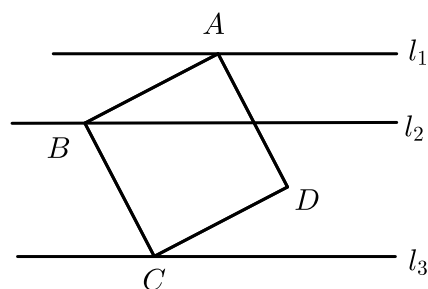
【解析】 由图知: $\triangle ABE \sim \triangle ECF \sim \triangle FDG$,

$$\therefore \frac{AB}{FD} = \frac{AE}{FG} = 2,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore AB = 2DF, \\
&\therefore AB = 2CF, \\
&\therefore \frac{AB}{EC} = \frac{AE}{EF} = \frac{BE}{CF} = 1, \\
&\therefore AB = CE, BE = CF, \\
&\therefore CE = 2CF, \\
&\text{又} \because EF = 4, \\
&\text{在Rt}\triangle ECF\text{中}: EC^2 + CF^2 = EF^2, \\
&\therefore CE = \frac{8}{5}\sqrt{5}, CF = \frac{4}{5}\sqrt{5}, \\
&\therefore BC = \frac{12}{5}\sqrt{5}, AB = \frac{8}{5}\sqrt{5}, \\
&\therefore \text{矩形}ABCD\text{的周长为}8\sqrt{5}.
\end{aligned}$$

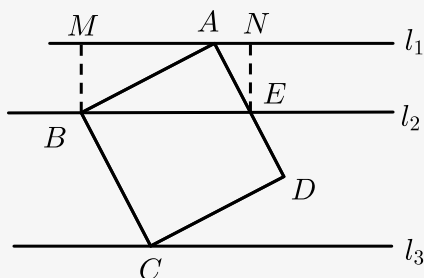
【标注】【知识点】一线三等角相似

14. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，正方形 $ABCD$ 的三个顶点 A 、 B 、 C 分别在 l_1 、 l_2 、 l_3 上， l_1 与 l_2 之间的距离是2， l_2 与 l_3 之间的距离是4，则正方形 $ABCD$ 的面积为 _____ .



【答案】20

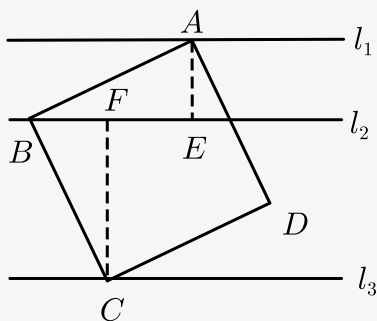
【解析】方法一：设 AD 与 l_2 交于点 E ，过点 B 、 E 向 l_1 作垂线，分别交 l_1 于点 M 、 N ，



易知 $\triangle AEN \sim \triangle BAM$ ，
 又 $\because AB : AE = 2 : 1$ ， $BM = EN = 2$ ，
 $\therefore AM = 4$ ， $AN = 1$.

$$\begin{aligned}
 \therefore S_{\text{正方形}ABCD} &= 4S_{\triangle ABE} \\
 &= 4 \times \frac{1}{2} \times 2 \times (4+1) \\
 &= 20.
 \end{aligned}$$

方法二：过点A作 $AE \perp l_2$ ，过点C作 $CF \perp l_2$ ，

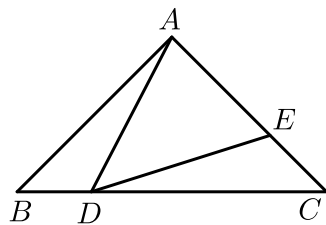


$$\begin{aligned}
 \therefore \angle CBF + \angle BCF &= 90^\circ, \\
 \therefore \text{四边形}ABCD &\text{是正方形}, \\
 \therefore AB &= BC = CD = AD, \\
 \angle DAB &= \angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = 90^\circ, \\
 \therefore \angle ABE + \angle CBF &= 90^\circ, \\
 \therefore \angle ABE &= \angle BCF, \\
 \text{在} \triangle ABE \text{和} \triangle BCF \text{中}, \\
 \begin{cases} \angle AEB = \angle BFC \\ \angle ABE = \angle BCF \\ AB = BC \end{cases} \\
 \therefore \triangle ABE &\cong \triangle BCF (\text{AAS}), \\
 \therefore BF &= AE, \\
 \therefore BF^2 + CF^2 &= BC^2, \\
 \therefore BC^2 &= 4^2 + 2^2 = 20.
 \end{aligned}$$

故答案为：20.

【标注】【知识点】一线三等角相似

15. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 1$ ，点D是BC边上的一个动点（不与B、C点重合）， $\angle ADE = 45^\circ$ 。



(1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle DCE$ 。

(2) 设 $BD = x$, $CE = y$, 求 y 与 x 的函数关系式.

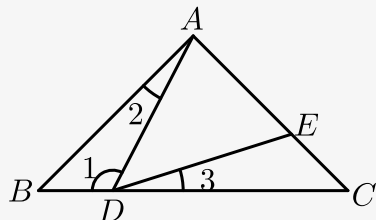
(3) 当 $y = \frac{1}{2}$ 时, 求 x 的值.

【答案】(1) 证明见解析.

$$(2) y = -x^2 + \sqrt{2}x.$$

$$(3) x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【解析】(1)



$$\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \angle C = \angle B = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle C = \angle ADE,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ - \angle ADE = 135^\circ,$$

$$\angle 2 + \angle 1 = 180^\circ - \angle B = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle C = \angle B,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE.$$

$$(2) \because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC = 1,$$

$$\therefore BC = \sqrt{2},$$

$$\because \triangle ABD \sim \triangle DCE,$$

$$\therefore \frac{BD}{CE} = \frac{AB}{DC},$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{2} - x},$$

$$\therefore y = -x^2 + \sqrt{2}x.$$

$$(3) \text{ 将 } y = \frac{1}{2} \text{ 代入 } y = -x^2 + \sqrt{2}x,$$

$$\frac{1}{2} = -x^2 + \sqrt{2}x,$$

$$x^2 - \sqrt{2}x + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0,$$

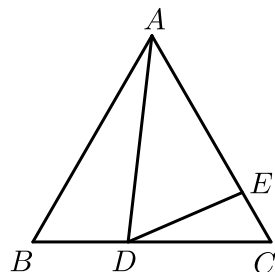
$$\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0,$$

$$\text{解得: } x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【标注】【知识点】一线三等角相似

练习2

16. 如图， D 为等边 $\triangle ABC$ 边 BC 上一点， $\angle ADE = 60^\circ$ ，交 AC 于 E ，若 $BD = 2$ ， $CD = 3$ ，则 $CE =$ _____ .



【答案】 $\frac{6}{5}$

【解析】 $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$$\therefore AB = BC = 2 + 3 = 5, \angle B = \angle C = 60^\circ;$$

$$\because \angle ADE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ADB = \angle ADB + \angle EDC,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle EDC, \text{ 而 } \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle DCE,$$

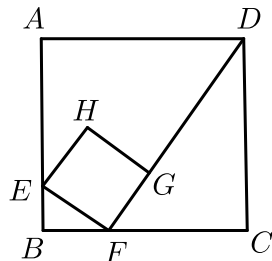
$$\therefore \frac{AB}{CD} = \frac{BD}{CE},$$

$$\text{解得: } CE = \frac{6}{5}.$$

$$\text{故答案为 } \frac{6}{5}.$$

【标注】【知识点】一线三等角相似

17. 如图，在面积为24的正方形 $ABCD$ 中，有一个小正方形 $EFGH$ ，其中 E 、 F 、 G 分别在 AB 、 BC 、 FD 上。若 $BF = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，则小正方形的周长为（ ）。



A. $\frac{5\sqrt{6}}{8}$
C. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$

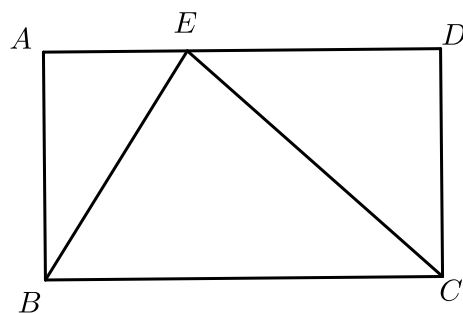
B. $\frac{5\sqrt{6}}{6}$
D. $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

【答案】 C

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，面积为 24，
 $\therefore BC = CD = 2\sqrt{6}$ ， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ，
 $\because$ 四边形 $EFGH$ 是正方形，
 $\therefore \angle EFG = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle EFB + \angle DFC = 90^\circ$ ， $\angle BEF + \angle EFB = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle BEF = \angle DFC$ ，
 $\therefore \angle EBF = \angle C = 90^\circ$ ，
 $\therefore \triangle BEF \sim \triangle CFD$ ，
 $\therefore \frac{EF}{DF} = \frac{BF}{DC}$ ，
 $\therefore BF = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ， $CF = \frac{3\sqrt{6}}{2}$ ， $DF = \sqrt{CD^2 + CF^2} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ ，
 $\therefore \frac{EF}{\frac{5\sqrt{6}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{2\sqrt{6}}$ ，
 $\therefore EF = \frac{5\sqrt{6}}{8}$ ，
 $\therefore$ 正方形 $EFGH$ 的周长为 $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ 。

【标注】 【知识点】 一线三等角相似

18. 在一块长为 8、宽为 $2\sqrt{3}$ 的矩形中，恰好截出三块形状相同、大小不等的直角三角形，且三角形的顶点都在矩形的边上．其中面积最小的直角三角形的较短直角边的长是 _____。



【答案】 2

【解析】 根据题意，截出的三角形是相似三角形，

设 $AE = x$ ，则 DE 边为 $8 - x$ ，

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DEC$ ，

$$\therefore \frac{AE}{CD} = \frac{AB}{DE}，$$

$$\text{即 } \frac{x}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{8-x},$$

$$\text{整理得 } x^2 - 8x + 12 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 2, x_2 = 6 \text{ (舍去)},$$

因此较短直角边的长为2.

故答案为: 2.

【标注】【知识点】一线三等角相似

19. 综合实践课上, 某小组同学将直角三角形纸片放到横线纸上(所有横线都平行, 且相邻两条平行线的距离为1), 使直角三角形纸片的顶点恰巧在横线上, 发现这样能求出三角形的边长.

(1) 如图1, 已知等腰直角三角形纸片 $\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 同学们通过构造直角三角形的办法求出三角形三边的长, 则 $AB =$ _____.

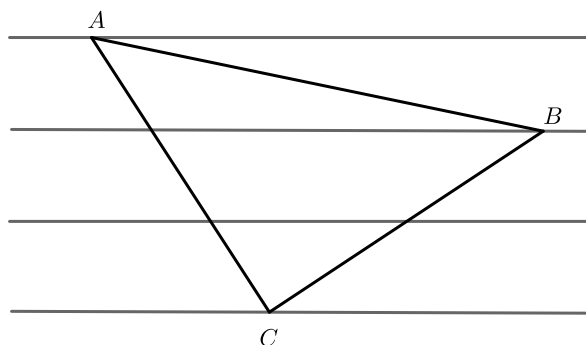


图1

(2) 如图2, 已知直角三角形纸片 $\triangle DEF$, $\angle DEF = 90^\circ$, $EF = 2DE$, 求出 DF 的长.

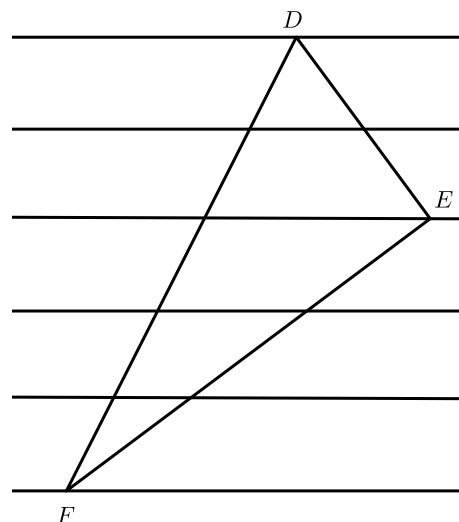


图2

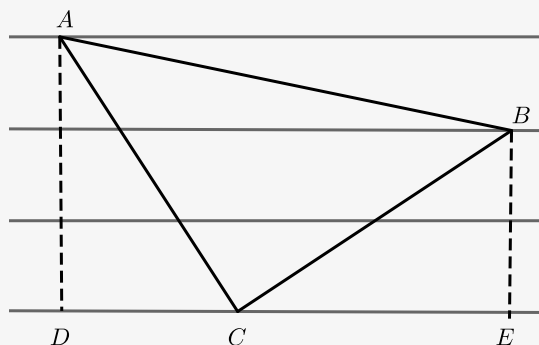
(3) 在(2)的条件下, 若横线纸上过点E的横线与 DF 相交于点G, 直接写出 EG 的长.

【答案】 (1) $\sqrt{26}$

(2) $\frac{5}{2}\sqrt{5}$.

(3) 2.5 .

【解析】(1) 分别过点 A 、 B 作横线的垂线，交横线于点 D 、 E ，



$$\therefore \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ .$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ .$$

$$\because \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BCE .$$

$$\because AC = BC ,$$

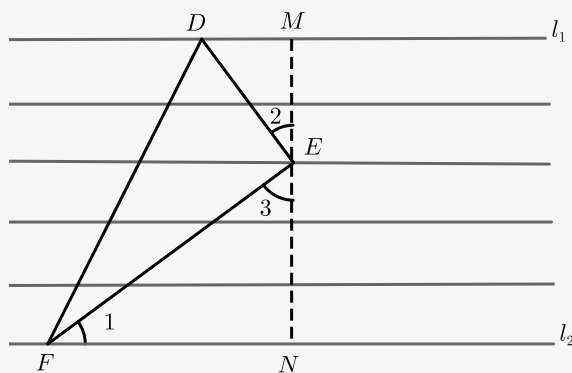
$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CEB ,$$

$$\therefore CD = BE = 2 ,$$

$$\text{又} \because AD = 3 ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{13} , \therefore AB = \sqrt{2}AC = \sqrt{26} .$$

(2) 过点 E 作横线的垂线，交 l_1 、 l_2 于点 M 、 N ，



$$\therefore \angle DME = \angle ENF = 90^\circ ,$$

$$\because \angle DEF = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ ,$$

$$\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 ,$$

$$\therefore \triangle DME \sim \triangle ENF ,$$

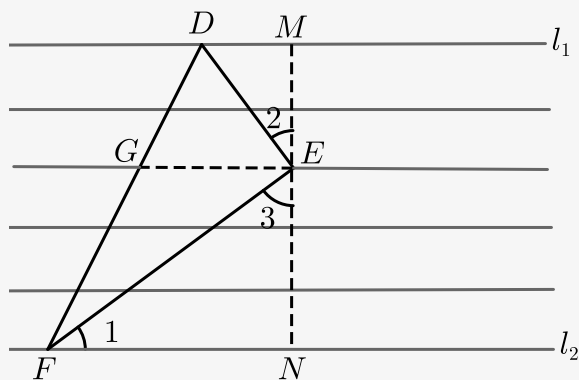
$$\begin{aligned}\therefore \frac{DM}{EN} &= \frac{ME}{NF} = \frac{DE}{EF}, \\ \therefore EF &= 2DE, \\ \therefore \frac{DM}{EN} &= \frac{ME}{NF} = \frac{DE}{EF} = \frac{1}{2}, \\ \therefore ME &= 2, EN = 3, \\ \therefore NF &= 4, DM = 1.5,\end{aligned}$$

根据勾股定理得 $DE = 2.5$, $EF = 5$, $DF = \frac{5}{2}\sqrt{5}$.

(3) 根据(2)可得:

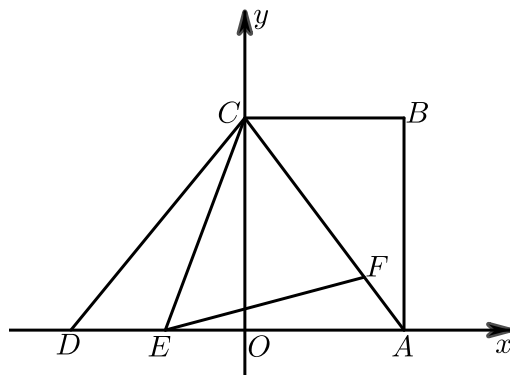
$$\begin{aligned}\frac{DM+EG}{2} \cdot ME + \frac{EG+FN}{2} \cdot EN &= \frac{DM+FN}{2} \cdot MN, \\ \text{即 } \frac{1.5+EG}{2} \times 2 + \frac{EG+4}{2} \times 3 &= \frac{1.5+4}{2} \times 5\end{aligned}$$

解得: $EG = 2.5$.



【标注】【知识点】一线三等角相似

20. 如图, 在平面直角坐标系中, 点A、C分别在x轴、y轴上, 四边形ABCO为矩形, $BC = 3$, $AB = 4$, 点D与点A关于y轴对称, 点E、F分别是线段DA、AC上的动点(点E不与点A、D重合), 且 $\angle CEF = \angle ACB$.



- (1) 求证: $\triangle AEF \sim \triangle DCE$.
- (2) 设 $DE = x$, $CF = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并求自变量 x 的取值范围.
- (3) 当 DE 的长为多少时, CF 长最小, 最小值为多少?

【答案】 (1) 证明见解析 .

$$(2) y = \frac{x^2 - 6x + 25}{5} (0 < x < 6) .$$

$$(3) x = 3 , y = \frac{16}{5} .$$

【解析】 (1) 一线三等角模型 .

$$(2) y = \frac{x^2 - 6x + 25}{5} (0 < x < 6) .$$

$$(3) x = 3 , y = \frac{16}{5} .$$

【标注】【知识点】一线三等角相似

 我学会了什么